

Translation of “For the calculation of delay phenomena in filtration theory” by M.G. Alishaev and A.Kh. Mirzadzhanzade.

D. Andrew S. Rees⁽¹⁾, Viacheslav Stetsyuk⁽²⁾

**⁽¹⁾Department of Mechanical Engineering, University of Bath
Claverton Down, Bath BA2 7AY, UK**

**⁽²⁾School of Computing and Engineering, University of Huddersfield
Queensgate, Huddersfield HD1 3DH, UK**

Introductory note by the first author

In my PhD viva voce examination I suffered the indignity and embarrassment of having to give a negative answer to an examiner’s question about one of my references, “Have you read this paper?” The paper in question was published in 1974, was by the authors Vozovoi and Nepomnyaschii, and (as I eventually found out six months later) was written in Russian. This was the only misdemeanour during my doctoral studies, fortunately, and it remains unique to this day as far as I am aware. However, I have recently become suspicious that another paper by Russian authors which is also written in Russian has been quoted in many recently-published papers without it having been seen; it is the paper by Alishaev and Mirzadzhanzade which forms the subject of the present document (and which shall be abbreviated as \mathcal{AM} hereinafter).

About two years ago, in my capacity as an Associate Editor for Transport in Porous Media, I emailed some academics from various countries who had quoted \mathcal{AM} in their work to ask if they had a copy. All replies were in the negative. A little later I was asked to review a paper which had not only quoted \mathcal{AM} , but also two other works, one which was written in German and the other in Italian. Given that this set of authors was from a non-European country, the first language for which wasn’t English, it gave me some further doubts whether the content had been read and/or understood. In addition, these German and Italian papers were rather old and therefore it is highly unlikely that copies may be obtained easily.

Similar misdemeanours are rife. For example, I have also noticed that very many authors quote Darcy’s original work in 1856 on the fountains of Dijon as the basis for their quotation of Darcy’s law. If they had read the original (in French) then they would discover what Lage (1998) discovered, namely that Darcy’s formula was written in terms of pressure head, rather than the pressure gradient, and it does not involve the viscosity explicitly. In the last few weeks I have noticed that a scan of Darcy’s rather large work is now freely available online, and the appropriate place to find the law which Darcy proposed is Appendix D. An excellent account of Henry Darcy and his life and discoveries may also be found in Simmons (2008), and he too discusses Darcy’s law in detail together with many other matters.

The main aim of this document is to make \mathcal{AM} available to all via a translation so that others have an opportunity to read what they wrote. As I do not speak Russian, this was undertaken in the following way. (i) Each page of the four-page original was scanned at high resolution into separate jpeg files. (ii) Each file was passed in turn into a free online Optical Character Recognition software which could deal with Cyrillic characters. The output was returned in Word format in Russian. (iii) Paragraphs were then passed in turn through Google Translate. (iv) The whole was typeset into L^AT_EX. (v) The many mis-scannings were corrected, particularly details within the Reference section where my copy of \mathcal{AM} (obtained from the British Lending Library) had suffered from being a copy of a copy of a copy. (vi) The second author was then contacted to proofread and to compare the original and the translation, and improvements were made.

Having scanned the literature for papers which cite \mathcal{AM} , it became clear that there are some variations in those references. Thus we have the following variations in the title of the paper:

Taking account of lag phenomena in filtration theory

About retardation phenomena in filtration theory

For the calculation of delay phenomenon in filtration theory

The first author's surname almost always appears as Alishaev, but at least one instance of Alishayev exists. The second author's surname appears variously as Mirzadzhanzade, Mirizadzhanzade and Mirzadjanzade. The journal itself appears as, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Neft' Gaz*, or as *Izv. Vuzov Neft I Gaz*, or as *Izvestiya Vuzov Neft i Gaz*, or as *Nieft I Gaz*, or the most common, *Neft i Gaz*.

Finally, it is worth mentioning that AM merely suggests the form which should be used for the one-dimensional modelling of viscoelastic flow within a porous medium; there is no theoretical backing for the form of the equation in the paper. On the other hand, the paper by Khuzhayorov, Auriault and Royer (2000) presents a strict derivation of the appropriate modification to Darcy's law for different types of fluid.

Acknowledgement The authors would like to thank Don Nield, Auckland, New Zealand, for some useful discussions on this overall topic, and some suggested translations.

References

Darcy, H.P.G. (1856) "Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon" [The Public Fountains of the City of Dijon]. Dalmont, Paris.

Khuzhayorov, B., Auriault, J.-L., Royer, P. (2000) "Derivation of macroscopic filtration law for transient linear viscoelastic fluid flow in porous media" *International Journal of Engineering Science* **38(5)**, 487-504.

Lage, J.L. (1998) "The fundamental theory of flow through permeable media from Darcy to turbulence" Chapter 1 in *Transport Phenomena in Porous Media* Pergamon (D.B. Ingham and I. Pop, eds).

Simmons, C.T. (2008) "Henry Darcy (1803-1858): Immortalised by his scientific legacy" *Hydrogeology Journal* **16** 1023-1038.

Vozovoi, L.P., Nepomnyaschii, A.A. (1974) "Convection in a horizontal layer in the presence of spatial modulation of the temperature at the boundaries" *Gidrodinamika* **8**, 105-117.

For the Calculation of Delay Phenomenon in Filtration Theory

Proceedings of the Higher Educational Institutions. Oil and Gas.
Izvestiya Vuzov. Neft' i Gaz, 6 pp71-75 (1975)

M. G. Alishaev, A. H. Mirzadzhanzade

Azerbaijan Institute of Oil and Chemistry.

When solving problems with an unsteady filtration through a porous medium, Darcy's law is usually used. This assumes that the equilibrium between pressure gradient and velocity is achieved instantly. In fact, it is achieved with a time-lag caused by (a) the inertia of velocity and the time-lagging of the value of the pressure gradient, (b) pressure relaxation and time-lagging of the pressure gradient from the velocity, (c) the complexity of porous medium structure and time to establish equilibrium in its pores, (d) time-lagging of particles repacking, the changing of porosity and permeability and so on.

Identification of the effects associated with the phenomenon of delay may prove useful for studying the filtration of non-Newtonian oils, polymer solutions, mixtures, emulsions and so forth.

To account for the delay of the velocity v and pressure p , in the rheological equations, these values are usually [1] replaced by $v + \lambda_v \dot{v}$ and $p + \lambda_p \dot{p}$, where the dot denotes the total derivative with respect to time. In the linear approximation, instead of Darcy's law, we will have the equation

$$v + \lambda_v \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \lambda_p \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \right), \quad (1)$$

which are similar to the rheological equations of fluid equations of Fröhlich and Sakka [2], where λ_v and λ_p are the relaxation times for the velocity and pressure respectively.

Equation (1) with $\lambda_p = 0$ is a generalization of the well-known Darcy law taking into account the inertia terms. The conclusion given in [3] is based on the assumption that the viscous friction force can be regarded as volumetric. It seems reasonable to write inertia term similarly and to find the time, λ_v , experimentally.

When $\lambda_v = 0$ then equation (1) gives a filtration analogue of a Maxwell fluid [2], and λ_p is the relaxation time for the pressure. Physically it means that, when the filtration flow is stopped at any particular point, then the pressure gradient will not take zero value immediately but gradually:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = a \exp(-t/\lambda_p), \quad (2)$$

i.e. from the Newtonian fluid point of view the Maxwell fluid will flow even after the pressure gradient becomes zero.

When one accounts for the phenomenon of time-lagging, the boundary conditions for the pressure for unsteady filtration should be determined from (1). For example, if one starts pumping with the changing velocity, $v = at$, the pressure gradient, G , may be found from the solution of the problem

$$a(t + \lambda_v) = \frac{\kappa}{\mu} (G + \lambda_p \dot{G}), \quad G(0) = 0. \quad (3)$$

The relaxation time for pressure for low viscosity pure liquids is of the order of 10^{-10} seconds. It depends on the size of the molecules, increasing by transition from low homologues to high ones. Polymers with large molecules have a very long relaxation time. Relaxation processes involving the regrouping of chain molecules by the action of internal forces happen very slowly, and are incomplete even by a few days or even months [4]. In the case of filtration in heterogeneous porous media it should be expected that many active processes run at the same time with different relaxation times corresponding to molecular interactions of different scales and the inhomogeneous geometry of the pores.

Under the usual assumptions of the theory of elasticity [5] equation (1) leads to the following unsteady filtration equation,

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \lambda_v \frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \lambda_p \frac{\partial^3 p}{\partial^2 x \partial t} \right), \quad \kappa = \frac{\kappa/\mu}{m\beta_k + \beta_c}, \quad (4)$$

which is similar to the equation obtained by the theory of fractured porous media [6].

The mechanism of fluid exchange between the blocks and the fractures explains the appearance of pressure relaxation. Moreover, pressure relaxation may be explained not only by this reason. Many of the results obtained by studying filtration in fractured porous media might be interpreted more widely for media with complex pore geometries or consisting of composites (sand and clay etc.) of porous media having micro inhomogeneities. Such equation (1) simplifies the process of obtaining boundary conditions.

Considering the question of pressure recovery in a semi-infinite plane layer with an initial pressure distribution $p(x, 0) = ax$, then taking boundary condition (3) when $x = 0$, then the following formula for the pressure may be obtained,

$$p(0, t) = \frac{2a\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\pi\lambda_p\lambda_v}} \int_0^t \sqrt{t-\tau} \exp\left(-\frac{\lambda_p + \lambda_v}{2\lambda_p\lambda_v}\tau\right) I_0\left(\frac{\lambda_p - \lambda_v}{2\lambda_p\lambda_v}\tau\right) d\tau.$$

From this formula it can be concluded that, for small times,

$$p(0, t) \simeq \frac{4}{3}a\sqrt{\kappa t/\pi\lambda_p\lambda_v}, \quad (6)$$

happens, instead of a steep (proportional to \sqrt{t}) pressure increase in usual case, a relatively slow (proportional to $t\sqrt{t}$) increase is found. For large times the asymptotic formula can be used

$$p(0, t) \sim 2a\sqrt{\kappa t\pi} \left[1 - \frac{\lambda_p + \lambda_v}{4t} - \frac{3\lambda_p^2 + 4\lambda_p\lambda_v + \lambda_v^2}{32t^2} + \dots \right]. \quad (7)$$

i.e. the behaviour of the pressure is almost the same as in the case $\lambda_p = \lambda_v = 0$.

In reference [7] the pressure recovery curves (PRC) are shown for composite porous media obtained from linear laboratory models. These curves have a pronounced linear region initially, while the classical theory gives relationship of \sqrt{t} type. The linear relationship of the initial region may be explained if it is assumed that $\lambda_p \neq 0$ (while $\lambda_v = 0$), and for short models are it is not piezoconductivity but the relaxation time that determines the process [8].

However, the linear relationship of the PRC may also be explained by a small amount of coupled gas that could remain in the porous medium after the vacuuming process. The relationship between coefficient of piezoconductivity and pressure when there is some coupled gas in porous medium in the form of static spherical bubbles of the same size which decrease the effective porosity for specific volume of gas,

$$m_s = m(1 - s). \quad (8)$$

The internal pressure differs from the pressure in the liquid, and in case of spherical forms, the change in the capillary pressure is $2\sigma/r$, where σ is surface tension and r is the radius of the bubble. If one follows the assumption that the radius of bubbles is 2-3 times smaller than the radius of the pore channels, which are 10-12 times smaller than the diameter of grains, then the change in capillary pressure may be estimated using this formula,

$$p_\kappa \sim \frac{50\sigma}{d_{sep}}. \quad (9)$$

On the oil/gas boundary $\sigma = 25$ dyn/cm, and $d_{sep} = 0.1$ mm, and we obtain $p_\kappa \sim 1.25$ N/cm². This estimate shows that the change in the capillary pressure is small, and if pressures are much higher then this change may be neglected. When the pressure is close to being atmospheric, this change might influence the results and it should be considered.

The change in pressure leads to a change in gas saturation.

$$s = s_0 \left(\frac{p_{k0} + p_0}{p_k + p} \right)^{1/\gamma}. \quad (10)$$

Here γ is the polytropic index, and the zero subscript corresponds to the values of the variables at the pressure, p_0 .

The relationship between the change in capillary pressure and the absolute pressure can be found from the Lagrange's equation and the polytropic equation

$$p_k r = 2\sigma, \quad (p + p_k)r^{3\gamma} = \text{const}, \quad (11)$$

when the radius of the bubble is neglected,

$$p + p_k = c p_k^{3\gamma}, \quad c = \text{const}, \quad (12)$$

In the equation of continuity for liquids, obviously, there will be factor of $m\rho$ and for the piezoconductivity of the layer it gives the following formula (when $\gamma = 1$),

$$\kappa = \frac{\kappa/\mu}{m(\beta_k + s_0\beta_2) + \beta_c}, \quad \beta_2 = \frac{3(p_0 + p_{0k})}{(3p + 2p_k)(p + p_k)}. \quad (13)$$

Equations (12) and (13) allow the calculation of the dependence of the piezoconductivity on pressure. In the table below these relationships are calculated for the following values, $m = 0.2$; $m\beta_k + \beta_c = 4.10^{-5} \text{ am}^{-1}$; $p_{k0} = 0.1 \text{ am}$; $s_0 = 0.1$ and $s_0 = 0.5$.

$p, \text{ am}$	1	2	5	10	20	50	100	200
$\rho\kappa, \text{ am}$	0.1	0.124	0.167	0.210	0.265	0.357	0.450	0.570
$\kappa/\kappa_0, s = 5\%$	1	3.7	20.6	65.0	140	212	230	235
$\kappa/\kappa_0, s = 1\%$	1	3.5	15.5	31.3	42.0	46.7	47.5	47.6

It is shown in the table that, even for 1% of coupled gas in the interval from 1 to 20, the piezoconductivity increases by more than 40 times. Calculations of the pressure recovery for the linear model showed, at about 1% of coupled gas, the initial region of PRC is linear, but at a high gas content the initial region is concave. The calculations are close to classical ones at very small concentrations of coupled gas (about $10^{-3}\%$).

REFERENCES

1. Mikhailov IG, Soloviev VA, Syrnikov YuP. Fundamentals of Molecular Acoustics. Publishing house "Nauka", 1964, p514.
2. Wilkinson WL. Non-Newtonian Fluids. Publishing house "Mir", 1964, p216.
3. Charney IA. Underground Fluid Dynamics. Gostoptekhizdat, 1963, p396.
4. Kargin VA, Slonimsky GL. Brief essays in the physical chemistry of polymers. Moscow University Press, 1967, p175.
5. Shchelkachev VN. The development of oil and water bearing strata under elastic control. Gostoptekhizdat, 1960, p467.
6. Barenblatt GI, Zheltov YuP, Kochina IN, Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. J. Applied Mathematics and Mechanics (PMM), 24, No.5 1960.
7. Mustafayev SD, Osmanov EN. Oil and gas, No.8, 1973, pp51-54.
8. Alishaev MG. Transient filtration with pressure relaxation. Gidromekhanika, vol.3, 1974, pp166-177.

Received 8/4/1974

Accepted 31/12/1974

УДК 622.276.031:532.5

Гидравлика, гидродинамика и термодинамика
в нефтяной промышленности

М. Г. АЛИШАЕВ, А. Х. МИРЗАДЖАНЗАДЕ

Азербайджанский институт нефти и химии им. М. Азизбекова, ВНИИ

К УЧЕТУ ЯВЛЕНИЙ ЗАПАЗДЫВАНИЯ
В ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ

При решении задач нестационарной фильтрации через пористые среды обычно за основу принимается закон Дарси. Этим самым предполагается, что равновесное состояние между градиентом давления и скоростью достигается мгновенно. На самом же деле оно достигается с некоторым запазданием, которое обусловлено: а) инерцией скорости и запаздыванием его значения от значения градиента давления; б) релаксацией давления и запаздыванием значения градиента давления от значения скорости; в) сложностью структуры пористой среды и запаздыванием установления равновесного состояния в его микропорах; г) запаздыванием пересупаковки частиц, изменения пористости и проницаемости и т. п.

Выявление эффектов, связанных с явлениями запаздывания, может оказаться полезным для изучения фильтрации неньютоновских нефтей, растворов полимеров, смесей, эмульсий и пр.

Чтобы учесть запаздывание скорости v или давления p , в реологических уравнениях эти величины обычно [1] заменяют на $v + \lambda_v \dot{v}$ и $p + \lambda_p \dot{p}$, где точка означает полную производную по времени. В линейном приближении вместо закона Дарси будем иметь уравнение

$$v + \lambda_v \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\kappa}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \lambda_p \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \right), \quad (1)$$

аналогичное реологическому уравнению жидкости Фрелиха и Сакка [2], где λ_v и λ_p — время релаксации скорости и давления соответственно.

Уравнение (1) при $\lambda_p = 0$ есть известное обобщение закона Дарси с учетом инерционных членов. Обстоятельный его вывод, приведенный в [3], опирается на предположение, что вязкие силы трения можно считать объемными. Нам представляется целесообразным писать инерционный член по аналогии, а время λ_v определять экспериментально.

При $\lambda_v = 0$ уравнение (1) дает фильтрационный аналог жидкости Максвелла [2], а λ_p есть время релаксации давления. Физический смысл его состоит в том, что если в заданной точке остановить фильтрационное течение, то градиент давления примет нулевое значение не сразу, а постепенно:

$$\partial p / \partial x = a \exp(-t/\lambda_p), \quad (2)$$

т. е. с точки зрения обычной ньютоновской жидкости максвеллова жидкость продолжает «течь и после остановки течения».

При учете явлений запаздывания граничные условия для давления при нестационарной фильтрации следует определять из (1). Например, если начать закачку в галерею с переменной скоростью $v=at$, то градиент давления G на входе найдется из решения задачи

$$a(t + \lambda_v) = -\frac{\kappa}{\mu} (G + \lambda_p \dot{G}), \quad G(0) = 0. \quad (3)$$

Время релаксации давления для маловязких чистых жидкостей имеет порядок 10^{-10} сек. Оно зависит от размеров молекул, возрастая при переходе от низших гомологов к высшим. У полимеров, обладающих очень длинными молекулами, время релаксации огромно. Релаксационные процессы перегруппировки цепных молекул под действием внешних сил протекают чрезвычайно медленно, не заканчиваясь иногда в течение многих суток и даже месяцев [4]. При фильтрации в неоднородной пористой среде следует ожидать наличия множества одновременно идущих процессов с весьма различными временами релаксации, соответствующими молекулярным взаимодействиям различных масштабов и неоднородностям геометрии пор.

При обычных предположениях теории упругого режима [5] соотношение (1) приводит к уравнению нестационарной фильтрации вида

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \lambda_v \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \kappa \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \lambda_p \frac{\partial^3 p}{\partial x^2 \partial t} \right), \quad \kappa = \frac{\kappa/\mu}{m\beta_{ж} + \beta_c} \quad (4)$$

идентичному полученному в теории трещиновато-пористых сред [6].

Механизм обмена жидкостью между блоками и трещинами объясняет возникновение релаксации давления. Вместе с тем релаксация давления в пористой среде может быть обусловлена не только этой причиной. Многие результаты, полученные при изучении фильтрации в трещиновато-пористых средах, могут быть интерпретированы более широко—для сред со сложной геометрией пор или составных (песок+глина + ...) пористых сред, характеризующихся микронеоднородностью. Завись вида (1) упрощает получение граничных условий.

Если рассматривать задачу о восстановлении давления в полубесконечном линейном пласте с начальным распределением давления $p(x, 0) = ax$, то, взяв граничное условие (3) при $x = 0$, для определения давления можно получить формулу

$$p(0, t) = \frac{2a\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\pi\lambda_p\lambda_v}} \int_0^t \sqrt{t-\tau} \exp\left(-\frac{\lambda_p + \lambda_v}{2\lambda_p\lambda_v}\tau\right) I_0\left(\frac{\lambda_p - \lambda_v}{2\lambda_p\lambda_v}\tau\right) d\tau. \quad (5)$$

Из этой формулы в частности следует, что для малых времен

$$p(0, t) \approx \frac{4}{3} a^2 \sqrt{xt/\pi\lambda_p\lambda_v} \quad (6)$$

происходит вместо крутого (пропорционального \sqrt{t}) роста давления в классическом случае весьма медленный (пропорциональный $t\sqrt{t}$) его рост. Для больших значений времен имеет место асимптотическая формула

$$p(0, t) \sim 2a\sqrt{xt/\pi} \left\{ 1 - \frac{\lambda_p + \lambda_v}{4t} - \frac{3\lambda_p^2 + 4\lambda_p\lambda_v + 3\lambda_v^2}{32t^2} - \dots \right\}. \quad (7)$$

т. е. повседневные давления будут почти таким же, как и при $\lambda_p = \lambda_v = 0$.

В работе [7] приводятся кривые восстановления давления (КВД) для составных пористых сред, полученные на линейных лабораторных моделях. Эти кривые имеют ярко выраженный линейный начальный участок, тогда как классическая теория даст зависимость типа \sqrt{t} . Линейный характер на начальном участке хорошо объясняется, если принять $\lambda_p \neq 0$ (при $\lambda_v = 0$), причем для коротких моделей не пренебрежимо, а время релаксации определяет процесс [8].

Однако линейный характер КВД можно объяснить и незначительным количеством связанного газа, который мог остаться в пористой среде после вакуумирования. Найдем зависимость коэффициента проницаемости от давления при наличии в пористой среде связанного газа в виде неподвижных сферических пузырьков одинакового размера, которые снижают эффективную пористость на удельный объем газа s ,

$$m_s = m(1 - s). \quad (8)$$

Давление внутри пузырька отличается от давления в жидкости, и в случае сферической формы капиллярный скачок составляет $2\sigma/r$, где σ — поверхностное натяжение; r — радиус пузырька. Если придерживаться представления, что радиусы пузырьков в 2—3 раза меньше радиуса поровых каналов, а последние в 10—12 раз меньше диаметров зерен, то для оценки капиллярного скачка будем иметь формулу

$$p_k \sim \frac{5\sigma}{d_{\text{зер}}}. \quad (9)$$

На границе нефть—газ $\sigma = 25 \text{ дин/см}$, и при $d_{\text{зер}} = 0,1 \text{ мм}$ получим $p_k \sim 1,25 \text{ н/см}^2$. Эта оценка показывает, что капиллярный скачок невелик и им при высоких давлениях можно пренебречь. При давлениях же, близких к атмосферному, этот скачок может оказывать некоторое влияние и его желательно учесть.

Изменение давления приводит к изменению газонасыщенности

$$s = s_0 \left(\frac{p_{k0} + p_0}{p_k + p} \right)^{1/\gamma}. \quad (10)$$

Здесь γ — показатель политропы; индекс нуль указывает на значения величины при давлении p_0 .

Зависимость капиллярного скачка от давления можно найти из уравнений Лагранжа и политропы

$$p_k r = 2\gamma, (p + p_k) r^{2\gamma} = \text{const}, \quad (11)$$

исключив радиус пузырька

$$p + p_k = c p_k^{2/\gamma}, c = \text{const}. \quad (12)$$

В уравнение неразрывности для жидкости, очевидно, войдет множитель $m_s(r)$, и для проницаемости пласта выкладки дают формулу (при $\gamma = 1$)

$$\alpha = \frac{\kappa/\mu}{m(\beta_1 + s_0 \beta_2) + \beta_1}, \quad \beta_2 = \frac{3(p_0 + p_{k0})}{(3p_0 + 2p_k)(p + p_k)}. \quad (13)$$

Формулы (12) и (13) позволяют рассчитать зависимость проницаемости от давления. В таблице вычислены эти зависимости для $m =$

$= 0,2$; $m\beta_{ж} + \beta_c = 4 \cdot 10^{-5} \text{ ат}^{-1}$; $p_{к0} = 0,1 \text{ ат}$; $s_0 = 0,01$ и $s_0 = 0,05$.

$p, \text{ ат}$	1	2	5	10	20	50	100	200
$p_k, \text{ ат}$	0,1	0,124	0,167	0,210	0,265	0,357	0,450	0,570
$\chi/\chi_0, s = 5\%$	1	3,7	20,6	65,0	140	212	230	235
$\chi/\chi_0, s = 1\%$	1	3,5	15,5	31,3	42,0	46,7	47,5	47,6

Из таблицы видно, что даже при 1% связанного газа в интервале от 1 до 20 ат пьезопроводность возрастает более чем в 40 раз. Численный расчет восстановления давления для линейной модели показал, что при содержании связанного газа около 1% начальный участок КВД прямолинейный, а при большом содержании связанного газа начальный участок вогнутый. Близкими к классическим результаты расчетов становятся лишь при очень малом содержании связанного газа (порядка $10^{-3}\%$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов И. Г., Соловьев В. А., Сырников Ю. П. Основы молекулярной акустики. Изд-во «Наука», 1964, с. 514.
2. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости. Изд-во «Мир», 1964, с. 216.
3. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. Гостоптехиздат, 1963, с. 396.
4. Каргин В. А., Слонимский Г. Л. Краткие очерки по физико-химии полимеров. Изд-во МГУ, 1967, с. 175.
5. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. Гостоптехиздат, 1960, с. 467.
6. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. ПММ, т. XXIV, № 5, 1960.
7. Мустафаев С. Д., Османов Э. Н. «Нефть и газ», № 8, 1973, с. 51—54.
8. Алишаев М. Г. О нестационарной фильтрации с релаксацией давления. Сб. трудов МОПИ «Гидромеханика», вып. 3, 1974, с. 166—177.

Поступила 8. IV 1974,
после доработки 31. XII 1974